Всероссийская олимпиада школьников по физике

заключительный этап

T10 – 49

заполнять печатными буквами!!!

Покровский

Фамилия

Максим

Имя

Павлович

Отчество

+7 986 753 54 05

Номер вашего мобильного телефона

1. Пишите только с одной стороны листа.
2. Не мните, не сгибайте, не рвите листы.
3. Нумеруйте листы (например, «лист 5 из 8»).

Это лист № 0

Томск, 2019

1	2	3	4	5

ШИФР 10-49 **V 3.0**

Задача №1 **Проверяющий** Андреев

№	Критерий	Макс.	Пров.	Апел.
1	Показано, что в момент времени τ первая шайба движется по окружности радиуса L относительно второй	1	0	
2	Второй закон Ньютона в момент времени τ для первой шайбы (для проекции на стержень)	1	0	
3	Найдена угловая скорость стержня в момент времени τ $\omega = \sqrt{\frac{F\cos(\alpha)}{Lm_1}}$.	1	0	
4	Записаны верные исходные уравнения, позволяющие найти β	2	2	
5	Значение $\beta = \frac{F\sin(\alpha)}{Lm_1}$.	1	1	
6	Записано верное уравнение для поиска τ ($\omega = \beta\tau$)	1	1	
7	Значение $\tau = \sqrt{\frac{Lm_1\cos(\alpha)}{F\sin^2(\alpha)}}$	1	0	
8	Записано верное уравнение для поиска φ ($\varphi = \beta t^2/2$)	1	1	
9	Значение $\varphi = \frac{ctg(\alpha)}{2}$	1	0	
	ИТОГО	10	5	

Задача №2 **Проверяющий** Кузнецов

№	Критерий	Макс.	Пров.	Апел.
1	Условие на координаты частиц из постоянства расстояний между ними $x^2 + y^2 = R^2$	1	1	
2	Связь скоростей частиц через закон сохранения энергии $v_x^2 + v_y^2 = const$	1	1	
3	Второй закон Ньютона для шариков в проекциях на оси $a_x = -kq^2x/mR^3$ и $a_y = -kq^2y/mR^3$	1+1	2	
4	Доказательство возможности движения, описанного в условии	3	0	
5	Метод, позволяющий получить решение.	2	2	
6	Правильный ответ $kq^2/(2R)$	1	1	
	ИТОГО	10	7	

34

ШИФР 10 – 49

V 3.0

Задача №3 Проверяющий Пикалов

№	Критерий	Макс.	Пров.	Апел.
1	Верно указаны изохорический и изобарический процессы	1	1	
2	Показано как выглядит процесс с теплоемкостью 2R ($P \sim V$)	2	2	
3	Сделан вывод о том, что по оси абсцисс может быть отложен объем	1	1	
4	Записаны верные уравнения для поиска КПД в 1 случае	1	0	
5	Найден КПД 1/9	0,5	0	
6	Сделан вывод о том, что по оси абсцисс может быть отложена плотность	1	1	
7	Записаны верные уравнения для поиска КПД во 2 случае	1	1	
8	Найден КПД 1/8	0,5	0	
9	Показано, что не могут быть отложены T или P	1	1	
10	Получен правильный ответ (при условии рассмотрения всех случаев)	1	0	

7

Задача №4 Проверяющий Воронцов

№	Критерий	Макс.	Пров.	Апел.
1	Потенциал вершины равностороннего треугольника со стороной a равен $\frac{\varphi_2}{2}$	1	1	
2	Указано, что при масштабировании пластины потенциал изменяется кратно.	2	2	
3	Предыдущее утверждение доказано	1	1	
4	$\varphi_C = \varphi_2$	1	1	
5	Идея разбиения пластины на треугольники (ромб и треугольники)	1	1	
6	$\varphi_D = \varphi_1 + \varphi_2$	1	1	
7	$\varphi'_D = \varphi_1 + \frac{\varphi_2}{2}$	1	1	
8	$\varphi'_C = \frac{3}{2}\varphi_2 - \varphi_1$	2	2	

Σ 10

Задача №5 Проверяющий Кобелин

№	Критерий	Макс.	Пров.	Апел.
1	$I_1 = I/4$	1	1	
2	$I_{BC} = I_{CE} = I_{FC}$	1	1	
3	$I_2 < \frac{3}{40}I$ или более строгая оценка (если $I_2 < I/8$, то 1 балл)	3	0	
4	$I_2 > \frac{I}{16}$	3	3	
5	Получена правильная оценка с требуемой точностью	2	0	

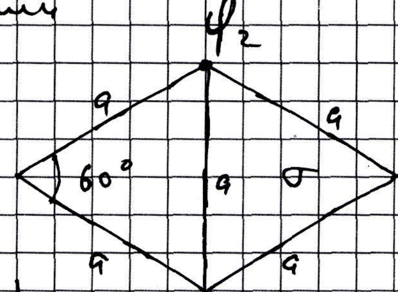
Если при оценке записано равенство вместо неравенства, то баллы за соответствующий пункт умножаются на 0,5

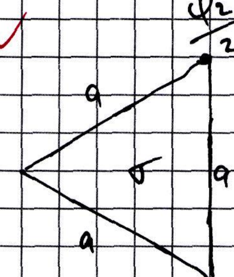
5

Шифр: T10-49

Задача 4.

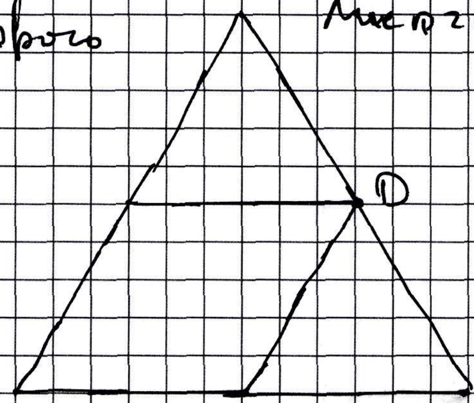
Ключевое свойство потенциала в этой задаче — принцип его суперпозиции. Рассмотрим пластинку в форме ромба. Этот ромб можно разбить на два правильных треугольника со стороной a. Тогда потенциал, создаваемый двумя такими треугольниками в точке соединения их вершин, равен φ_2, а значит, потенциал, создаваемый в вершине одного такого изолированного треугольника, равен $\frac{\varphi_2}{2}$.





Заметим также, что потенциал, создаваемый объектами одной формы, пропорционален их заряду и обратно пропорционален их характерным размерам. Заряд треугольника ABC при постоянной σ из подобия в $n^2=4$ раза больше заряда треугольника со стороной a, а характерные его размеры в $n=2$ раз больше, тогда потенциал $\varphi_C = \frac{\varphi_2}{2}\cdot\frac{n^2}{n} = \frac{\varphi_2}{2}\cdot n = \frac{\varphi_2}{2}\cdot\frac{2a}{a} = \varphi_2$. (1)

Потенциал в точке D есть сумма потенциалов двух маленьких треугольников, т.е. φ_2,



и потенциала в вершине острого угла ромба, т.е. φ_1, тогда

$$\varphi_D = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (2).$$

Изъятие правильного треугольника со стороной a из центра пластины эквивалентно:

1) для точки C' — изъятию ромба (с уменьшением потенциала на φ_1) и добавлению маленького треугольника (с увеличением потенциала на $\frac{\varphi_2}{2}$), тогда:

$$\varphi_{C'} = \varphi_C - \varphi_1 + \frac{\varphi_2}{2} = \frac{3\varphi_2}{2} - \varphi_1 = \frac{3\varphi_2 - 2\varphi_1}{2}. \quad (3)$$

2) для точки D' — изъятию маленького треугольника с уменьшением потенциала на $\frac{\varphi_2}{2}$, тогда:

$$\varphi_{D'} = \varphi_D - \frac{\varphi_2}{2} = \frac{2\varphi_1 + \varphi_2}{2}. \quad (4)$$

Ответ: 1) $\varphi_C = \varphi_2$ 2) $\varphi_D = \varphi_1 + \varphi_2$

3) $\varphi_{C'} = \frac{3\varphi_2 - 2\varphi_1}{2}$ 4) $\varphi_{D'} = \frac{2\varphi_1 + \varphi_2}{2}$.

Задача 3.

Рассмотрим каждый из процессов

1) Процесс с теплоёмкостью $C = \frac{3R}{2}$. Заметим, что во всех процессах изменение внутренней энергии газа равно $\frac{3}{2}\Delta(pV) = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \Delta U$.

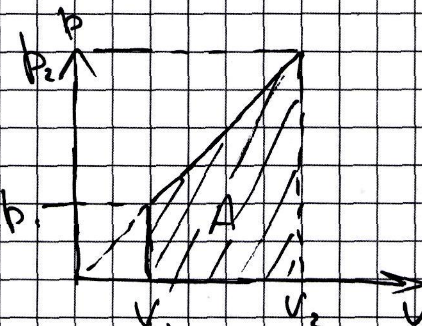
Тогда работа A, совершаемая газом в

этом процессе, равна:

$A = Q - \Delta U = \frac{3R}{2}\cdot\nu\cdot\Delta T - \frac{3R}{2}\cdot\nu\cdot\Delta T = 0$ — а значит, процесс — изобарический. При этом процессе параметр газа, отложенный по оси абсцисс, не меняется, а тогда это, очевидно, объём либо плотность. (+)

2) В процессе с $C = 2R$:

$A = 2\nu R\Delta T - \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{1}{2}\nu R\Delta T = \frac{1}{2}\Delta(pV)$



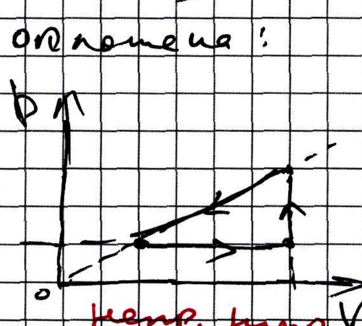
Но работа в процессе, где $p \sim V$, равна $A = (V_2 - V_1)\cdot\frac{(p_2+p_1)}{2} =$
$= \frac{V_i}{p_i}\cdot\frac{(p_2^2 - p_1^2)}{2} = \frac{V_2p_2 - V_1p_1}{2} =$
$= \nu R\Delta T\cdot\frac{1}{2}$ — в точности равна работе в процессе нашем. Значит, это процесс $p \sim V$. (+)

3) В процессе $C = \frac{5R}{2}$:

$A = \nu R\Delta T = \Delta(pV)$, что, ясное дело, соответствует изобарическому процессу (ибо $d(pV) = p\cdot dV$ только при $p = const$).

Тогда если по оси абсцисс отложена:

1) плотность, то получим:



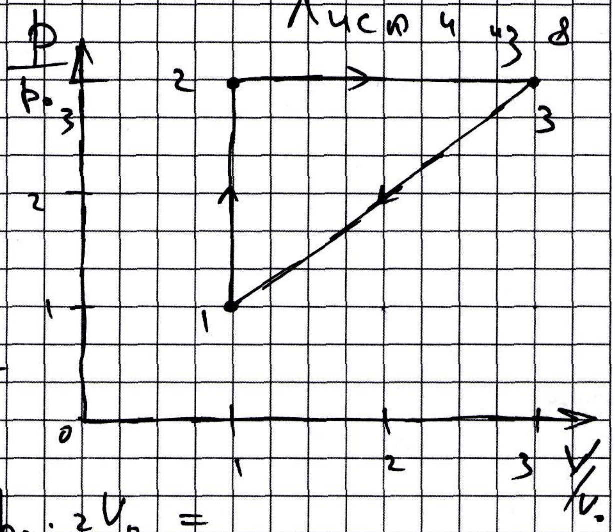
В таком цикле работа отрицательна, поэтому КПД уж точно максимальным не будет.

Непр. напр. цикла.

2) объём — единственный оставшийся вариант, да ещё и с положительной работой.

Шифр: Т10-49

В этом цикле $A = 2p_0 \cdot 2V_0 \cdot \frac{1}{2} = 2p_0V_0 = 2T_0 \cdot \nu R$, где T_0, p_0, V_0 — параметры газа в точке 1.



При этом количество теплоты нагревателя:

$$Q_н = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{13} + 3p_0 \cdot 2V_0 =$$
$$= 9p_0V_0 - p_0V_0 + 6p_0V_0 = 14p_0V_0 = 14\nu RT_0.$$

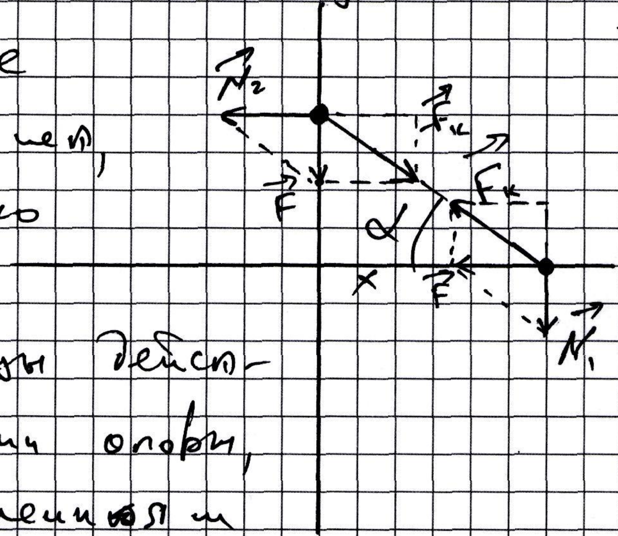
Тогда максимально возможный КПД описанного в задаче цикла равен:

$$\eta_{max} = \frac{A}{Q_н} = \frac{2p_0V_0}{14p_0V_0} = \frac{1}{7} = 14{,}3\%$$

Ответ: $\eta_{max} = 14{,}3\% = \frac{1}{7}$.

Задача 2.

Рассмотрим, какие силы действуют на эти частицы в процессе движения. Т.к. трения нет, то кроме сил Кулоновского взаимодействия $F_к = \frac{kq^2}{R^2}$, на ~~...~~ частицы действуют лишь силы реакции опоры, перпендикулярные направлению движения частиц. Тогда равнодействующие сил, действующих на частицы, направлены вдоль каналов. Найдём их величины.



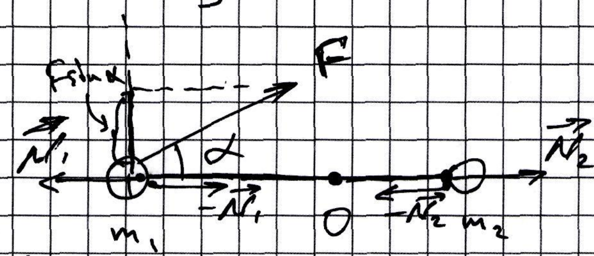
Шифр: Т10-49

Пусть одна из частиц находится на расстоянии x от места, где пересекаются каналы. При этом сила Кулоновского притяжения направлена под углом α к каналу, тогда $\cos\alpha = \frac{x}{R}$, а равнодействующая $F_1 = F_к \cdot \cos\alpha = \frac{kq^2}{R^2} \cdot \frac{x}{R} = \frac{kq^2}{R^3} \cdot x$ — сила, действующая на частицу, пропорциональна расстоянию до места пересечения каналов. При этом на другую частицу действует сила $F_2 = \frac{kq^2}{R^3}\sqrt{R^2-x^2}$. Ясно, что максимальное расстояние, на которое от центра может удалиться частица, — это R, где её скорость станет равной нулю, тогда при перемещении с расстояния R на расстояние x работа этой силы окажется равной $A_1 = \frac{kq^2}{2R^3}(R^2-x^2)$, а при отсутствии трения эта работа будет равна кинетической энергии частицы, т.е. $E_{к_1} = \frac{kq^2}{2R^3}(R^2-x^2)$. Из этих же соображений кинетическая энергия второй частицы: $E_{к_2} = A_2 = \frac{kq^2}{2R^3}\left(R^2 - \left(\sqrt{R^2-x^2}\right)^2\right) = \frac{kq^2}{2R^3} \cdot x^2$.

Суммарная же кинетическая энергия частиц постоянна и равна $E_{к_0} = \frac{kq^2}{2R}$ (и я знаю, что мог бы решить через гармонические колебания). Ответ: суммарная кинетическая энергия частиц $E_{к_0} = \frac{kq^2}{2R}$.

[примечание к задаче 2: заметим, что суммарная кинетическая энергия системы частиц $E_{k_0} = +\frac{kq^2}{2R}$, а потенциальная энергия их взаимодействия $E_{p_0} = -\frac{kq^2}{R^2} = -2E_{k_0}$ — т.е. для этой системы, как и следовало ожидать, выполняется теорема вириала, т.е. задачу можно было решить ещё в 10 раз короче.]

Задача 1.



Обозначим точкой O центр масс системы.

Т.к. стержень лёгкий и жёсткий, то сила, с которой он действует на шайбы, всегда направлены вдоль него самого. Тогда и ускорения шайб в проекции на стержень будут совпадать, ~~[illegible]~~ а тогда рассмотрим движение шайбы 1 относительно шайбы 2. При этом относительном движении ускорение шайбы 1 будет направлено всегда перпендикулярно стержню и равно $a_{12} = \frac{F\sin\alpha}{m_1}$. А из этого несложно найти угловое ускорение груза по формуле $\varepsilon = \frac{a_{12}}{L} = \frac{F\sin\alpha}{m_1 L} = \frac{d\omega}{dt}$ (2).

Расстояние от шайбы 1 до центра масс

Шифр: Т10-49

равно, очевидно $x = \frac{m_2 L}{m_1+m_2}$, Лист 7 из 8

тогда при вращении стержня с угловой скоростью ω на шайбу 1 должна действовать центростремительная сила $F_ц = m_1 x \omega^2 = \frac{m_1 m_2 L}{m_1+m_2} \cdot \omega^2$. В момент, когда $F_ц = F\cos\alpha$, т.е. проекции силы F на стержень, сила реакции опоры $N_1 = 0$, а тогда нулю должна быть равна и сила N_2, ибо стержень лёгкий. Значит, в этом случае стержень оказался ненапряжён. Тогда в момент τ угловая скорость вращения стержня равна:

$$\frac{m_1 m_2 L}{m_1+m_2} \cdot \omega^2 = F\cos\alpha$$

$$\omega = \sqrt{\frac{F(m_1+m_2)\cos\alpha}{m_1 m_2 L}} \quad (1).$$

Тогда промежуток времени τ вычисляется просто $\tau = \frac{\omega}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{L m_1 (m_1+m_2)\cos\alpha}{F m_2 \sin^2\alpha}} \quad (3)$,

а угол поворота стержня равен:

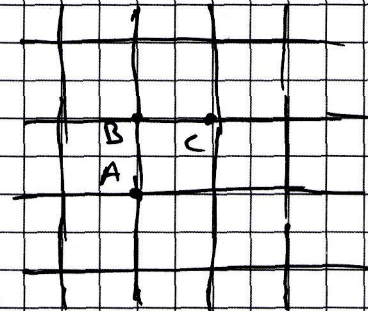
$$\varphi = \frac{\varepsilon\tau^2}{2} = \frac{\omega^2}{2\varepsilon} = \frac{(m_1+m_2)\cos\alpha}{2 m_2 \sin\alpha} \quad (4).$$

Ответ: в момент времени τ угловая скорость равна $\omega = \sqrt{\frac{F(m_1+m_2)\cos\alpha}{m_1 m_2 L}}$; при этом угловое ускорение стержня равно $\frac{d\omega}{dt} = \frac{F\sin\alpha}{L m_1}$; сам промежуток времени равен $\tau = \sqrt{\frac{L m_1 (m_1+m_2)\cos\alpha}{F m_2 \sin^2\alpha}}$; угол поворота стержня $\varphi = \frac{(m_1+m_2)\cos\alpha}{2 m_2 \sin\alpha}$.

Шифр: Т10-49

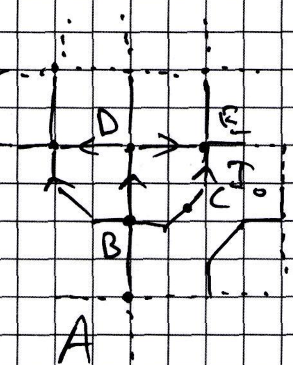
Задача 5.

Попробуем привести оценки снизу и сверху. Соображение #1: в звене AB течёт ток $I/4$. +1



Во-первых, ток из точки B разделяется на 3 части, тогда наибольшая оценка (судя по всему, сверху), равна $I/12$. ш факт.

Немного упростим схему. Из соображений симметрии: в C втекают и вытекают по два одинаковых равных тока, тогда можно +1 расцепить схему и получить:



Ясно, что потенциал точки D больше потенциала точки E, тогда искомый ток I_0 должен быть больше:

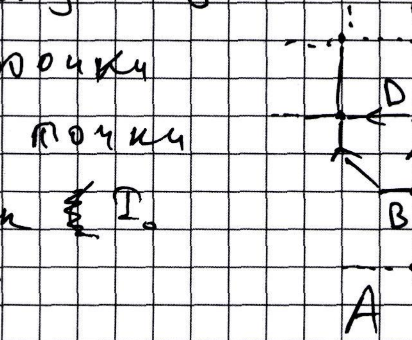
$$\left(\frac{I}{4} - 2I_0\right) \cdot R < 2R \cdot I_0$$

+3

$I_0 > I/16$ — ещё одна оценка для тока.

Однако оценка $I/16 < I_0 < I/12$ даёт погрешность около 15%, что нас не устраивает.

Опять же, из соображений симметрии можем преобразовать эту цепь в следующий вариант:



Ответ: ~~$\frac{I}{16} < I_0 < \frac{I}{12}$~~ ток около $\frac{I}{14}$.