Всероссийская олимпиада школьников по физике

заключительный этап

Т9 -123

заполнять печатными буквами!!!

МИХАЙЛОВ
Фамилия

ДАНИИЛ
Имя

РОМАНОВИЧ
Отчество

+7 (903) 596-64-88
Номер вашего мобильного телефона

17 ЛИСТОВ

1. Пишите только с одной стороны листа.
2. Не мните, не сгибайте, не рвите листы.
3. Нумеруйте листы (например, «лист 5 из 8»).

Это лист № 0

Томск, 2019

Теория **9 класс**

T9-123
Шифр

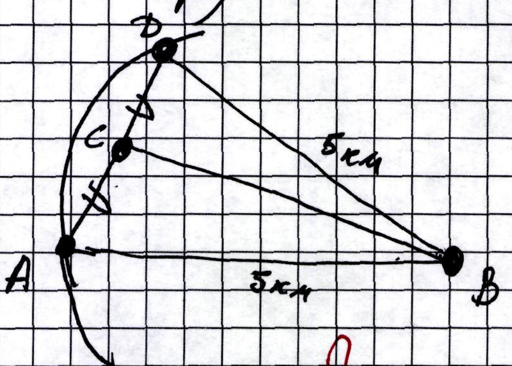
	1	2	3	4	5	Σ
Проверка	6	3	6	10	10	35
Подпись	ПАН	[illegible]	СК	КА	КАМ	
Апелляция						
Подпись						

Шифр: Т9-123

Задача 1.

Решение: проведём расчеты, чтобы понимать, как выглядит ~~?~~ движение корабля и катеров, как они связаны с точки зрения геометрии.

1) Корабль двигался по хорде окружности длиной $2v\tau$ ~~км~~ (хорда), которая образуется (окружность) с центром в B и радиусом AB (т.к. точка $A \in$ окр и по условию через 2τ он снова на расстоянии радиуса L, т.е на окр. точка D)



C — точка, когда выходит катер

$AC = CD = v\tau$

Заметим, что вообще корабль мог очутиться в любой точке на окружности с центром A и радиусом $v\tau$, а через 2τ в любой точке окр с радиусом $2v\tau$ и центром A, но по условию, он был на окр. $AB(B)$

$\Rightarrow$ у нас два варианта ответа D и D', зависящие от направления движения корабля

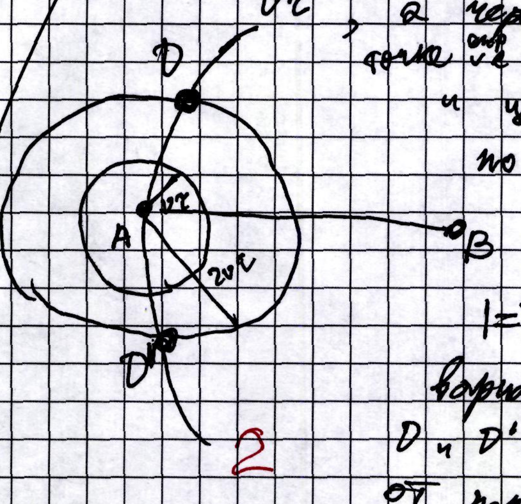
Заметим, что CD — ? общий путь катеров является медианой ΔABD (т.к $AC=AD=v\tau$)

2

а ΔABD равнобедренный, т.к. $AB = DB = 5$км (радиусы окр по условию)

$\Rightarrow BC$ ещё и высота Δ

$\Rightarrow \angle BCA = 90°$

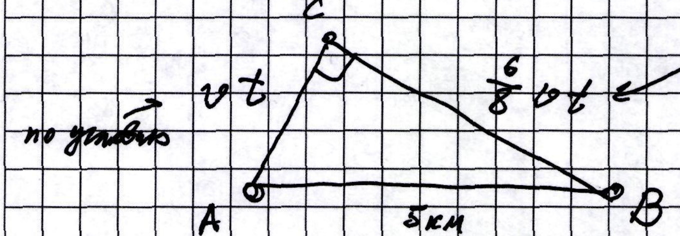


Шифр: Т9-123

Лист 2 из 17

№1 (продолжение)

рассмотрим $\triangle ACB$



т.к. скорость сближения $= \frac{3}{8}v + \frac{3}{8}v$, а встреча произошла через t

2

По Т. Пифагора: $CA^2 + BC^2 = AB^2$

$v^2t^2 + \frac{36}{64}v^2t^2 = 25$ км^2

$\frac{100}{64}v^2t^2 = 25$ км^2

$\frac{10}{8}vt = 5$ км

$\boxed{vt = 4\text{км}}$ ← ответ на один из вопросов.

$\frac{3}{8}vt = 1{,}5$ км ← катер проходит

Возвращаясь к окружностям скажем, что корабль в момент встречи (через 2ч) будет находится в пересечении окружностей центр A ($2vt = 8$км) и центр B (5км)

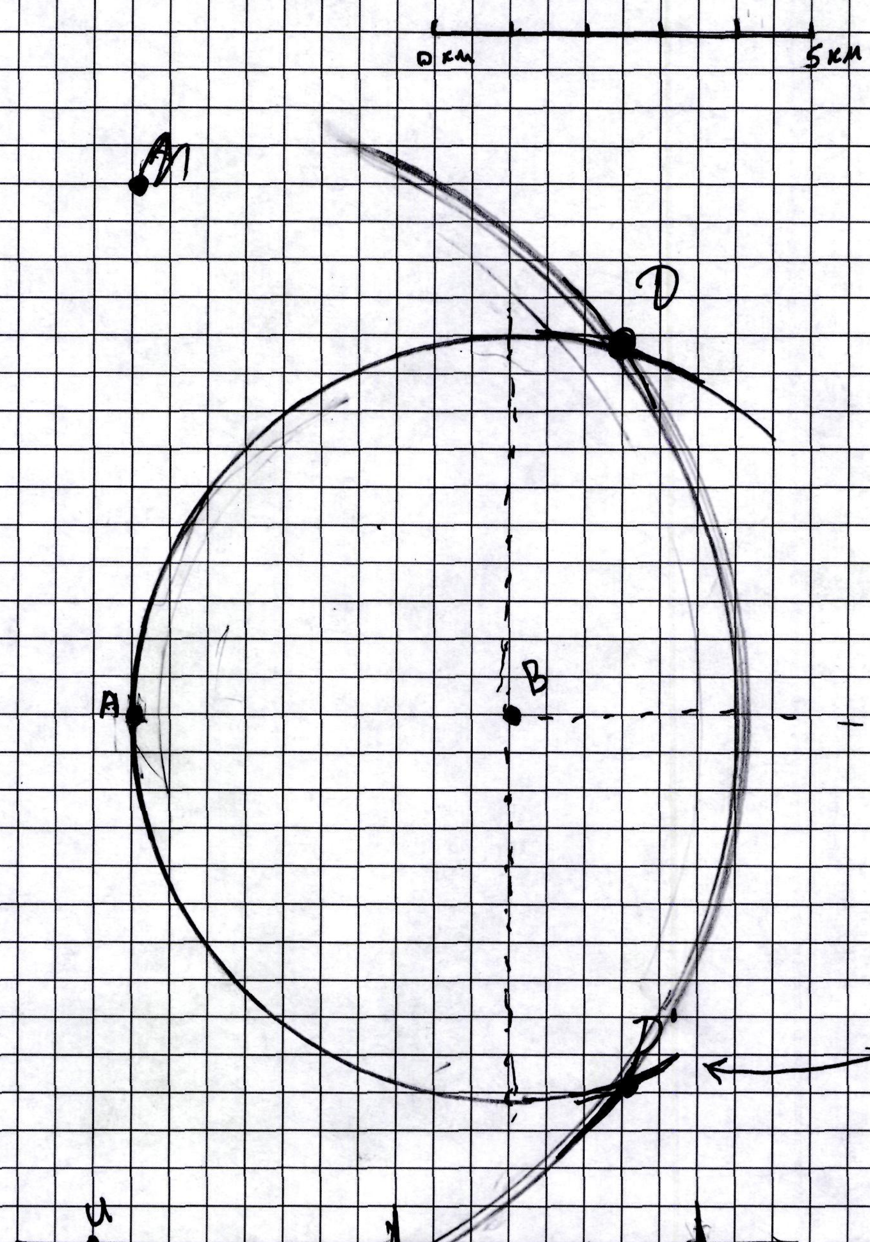
Ход построения:

1) построим окружность с центром B и радиусом BA с помощью циркуля
2) проведем прямую y в стороне от рисунка с помощью линейки. ~~[illegible]~~
3) на делениях (б) с помощью циркуля отмерим 4км
4) в точке И с y поставим иглу циркуля и проведем пересечения окр заданного радиуса с любой стороны от И на прямой
5) повторим операцию (4) из точки пересечения, найденной в (4) в ту же сторону
6) отмерим расстояние циркулем от И до второго пересечения из (5)

№3 (продолжение)

7) Заданным радиусом (8км) из точки А проведём окружность. Пересечения окружностей — возможные положения корабля

~~В) [illegible]~~



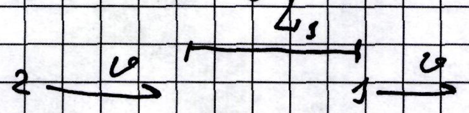
Эта точка находится на береговой линии, если берег продолжается дальше (но в условии ничего не сказано про берег)

Шифр: Т9-123

Задача 2

Найти: v

Решение: рассмотрим случай, когда машина с a_1 едет спереди:



Минимальное безопасное расстояние — это крайнее расстояние, при котором столкновения не произойдет.

Можно рассматривать крайний случай, когда после полной остановки всех расстояние между автомобилями будет равно 0.

Теперь поймём, за счёт чего складывается L_i: передний при остановке проходит

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}$$

($S_1 = v t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2}$, где $v - a_i t_i = 0$, т.к. движение до остановки)

t_i — времена до остановки

задний проходит

$$S_2 = \underbrace{v \cdot \tau}_{\text{за счёт реакции}} + \underbrace{\frac{a_2 \cdot t_2^2}{2}}_{\text{за счёт торможения}}$$

тогда безопасное L нужно, т.к. $S_2 > S_1$, и без L автомобили столкнутся

тогда $S_2 - S_1 = L_1$

$$v\tau + \frac{a_2 t_2^2}{2} - \frac{a_1 t_1^2}{2} = L_1$$

(без разницы L_1 или L_2, т.к. скорости равны)

Шифр: Т9-123

лист 5 из 17

Задача 2 (продолжение)

Теперь проделаем всё то же самое, когда автомобиль с a_2 ~~вп~~ спереди.

$$S_2 = \frac{a_2 t_2^2}{2}$$

$$S_1 = v\tau + \frac{a_1 t_1^2}{2}$$

$$S_1 - S_2 = L_2$$ (т.к. по условию расстояния разные)

составим систему ур-ний:

$$\begin{cases} (1)\ v\tau + \frac{a_2 t_2^2}{2} - \frac{a_1 t_1^2}{2} = L_1 \\ (2)\ v\tau + \frac{a_1 t_1^2}{2} - \frac{a_2 t_2^2}{2} = L_2 \end{cases}$$

$(1) + (2) =$

$$2v\tau + \frac{a_2 t_2^2}{2} - \frac{a_2 t_2^2}{2} + \frac{a_1 t_1^2}{2} - \frac{a_1 t_1^2}{2} = L_1 + L_2$$

$$2v\tau = L_1 + L_2$$

единственный возможный ответ исходя из ур-ний.

$$v = \frac{L_1 + L_2}{2\tau}$$

$$v = \frac{5_м + 40_м}{2 \cdot 1_с} = 22{,}5 \text{ м/с}$$

Ответ: $v = \frac{L_1 + L_2}{2\tau} = 22{,}5$ м/с

м 2 – 4 (5)

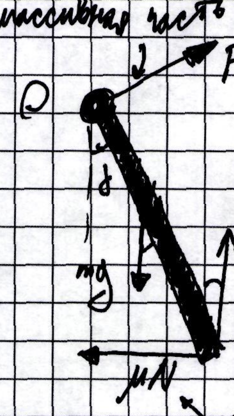
Шифр: TG-123

(лист 6 из 17)

Задача 3

Решение: нанесём все силы, действующие на обе части стремянки:

массивная часть

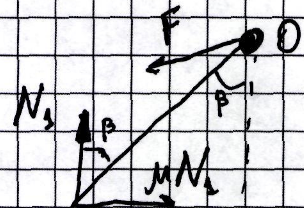


F ← сила, с которой взаимодействуют части лестницы

1 2
2 ~~2~~ 2
3 –
4 –
5 –
6 1
7 1
6

точка O - точка крепления шарнира

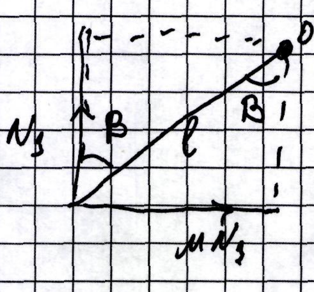
лёгкая опора:



Как видим сила трения возникает в обеих частях, за счёт того, что каждая часть давит на землю (невесомая это делает из-за силы взаимодействия)

Запишем условие покоя: $\sum M = 0$ для каждой из частей относительно точки O.

лёгкая опора: ~~тогда~~



$$\cancel{N_1}\cdot\sin\beta\cdot\cancel{l} = \mu_1 \cancel{N_1}\cdot\cos\beta\cdot\cancel{l}$$

?

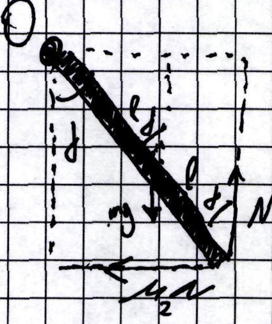
$$\underline{\mu_1 = \operatorname{tg}\beta}$$

необходимый для удержания лёгкой части.

Шифр: Т9-123

№3 (продолжение)

Тяжелая часть:



отн. O: $\cancel{\mu_2 N \cdot 2\ell}$

$$\mu_2 N \cdot 2\ell \cdot \cos\delta + mg \cdot \sin\delta \cdot \ell = 2\ell \cdot N \sin\delta$$

$$2\mu_2 N \cos\delta = 2N\sin\delta - mg\sin\delta$$

$$\mu_2 = \frac{\sin\delta\,(2N - mg)}{\cos\delta \cdot 2N} \qquad \cancel{\mu_2 = \frac{tg\,\delta}{2}\left(\frac{2N-mg}{N}\right)}$$

$$\mu_2 = \frac{tg\,\delta}{2}\left(\frac{2N - mg}{N}\right) \qquad \cancel{\mu_2 = 2\,tg\,\beta - \frac{mg}{N}}$$

$$\cancel{\mu_2 = tg\,\beta - \frac{mg}{N}} \qquad \mu_2 = tg\,\beta\left(\frac{2N - mg}{N}\right)$$

Заметим, что мы можем сказать, что

$mg = N_1 + N$, как сумма всех сил в проекции на ~~ось~~ вертикальную ось равна нулю (F ~~тр~~ уничтожается, т.к. действует со знаком + − на детали по условию покоя Σ сил $= 0$)

тогда $\mu_2 = tg\,\beta\left(\frac{2N - N - N_1}{N}\right)$

$$\mu_2 = tg\,\beta\left(\frac{N - N_1}{N}\right)$$

Шифр: Т9-123

лист 8 из 17

№3 (продолжение)

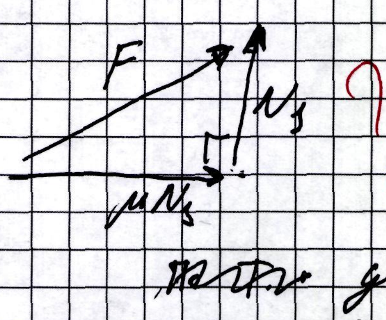
Так как нам требуется выбрать такое μ, при котором система будет в равновесии, требуется выбрать $\max(\mu_1; \mu_2)$, т.к. иначе с одной из ~~сторон~~ частей будет проскальзывание.

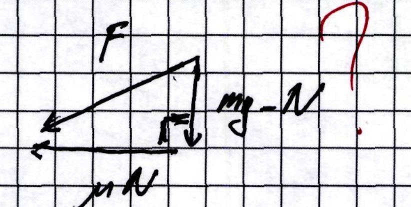
$$\max\left(tg\beta\ ;\ tg\beta\left(\frac{N-N_1}{N}\right)\right)$$ равно $tg\beta$

при любом N_1, т.к. $N_1 \geq 0$ (если $N_1=0$, то $tg\beta\left(\frac{N}{N}\right)=tg\beta$; если $N_1>0$, то $tg\beta > tg\beta\frac{(N-N_1)}{N}$)

$$\boxed{\mu_{min} = tg\beta} = 0,36$$

Теперь, учитывая второе условие покоя, воспользуемся суммой сил для обеих частей: $\sum F=0$.





~~Из т.2~~ учитывая, что $mg = N+N_1$ по т. Пифагора модульное равенство F:

$$\cancel{(mg-N)^2} + \mu^2(mg-N)^2 = \cancel{(mg-N)^2} + \mu^2 N^2$$

$$m^2g^2 - 2mgN + N^2 = N^2$$

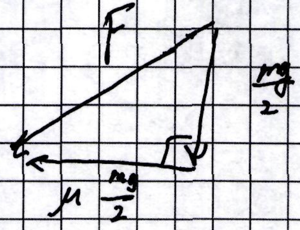
$$2mgN = m^2g^2 \qquad \boxed{N = \frac{mg}{2}}$$

Шифр: Т9-123

Лист 9 из 17

№3 (продолжение)

По той же Т. Пифагора найдем F из одного из треугольников



$$F^2 = \frac{mg^2}{4} + \mu^2 \frac{mg^2}{4}$$

$$F^2 = \left(\frac{mg}{2}\right)^2 \left(1+\mu^2\right)$$

$$F = \frac{mg}{2}\sqrt{1+\mu^2}$$?

Ответ: $\mu_{min} = tg\beta = 0,36$; $F = \frac{mg}{2}\sqrt{1+\mu^2}$

Задача №4

Решение: ~~решим задачу методом от обратного~~:

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

1 2 3 4 5 6 7

1 1 3 0,5 1,5 1,5 1,5

Извиняюсь, я везде вместо слова „вода" писал „жидкость"

Да я то же

Учтём, что при погружении цилиндров m, $1{,}6m$, $3m$ вся вода вылиться не может, иначе в калориметре установилась температура самих цилиндров T, но т.к. T максимальная температура, которая есть в системе, $t_4 \neq max$, а это не так.

~~[illegible]~~ Пусть в стакане вода находилась при всех цилиндрах.

~~[illegible]~~ Проверим, могла ли вода не выливаться вообще:

~~[illegible]~~ ~~Уравнение~~ Ур-ние теплового баланса для трёх цилиндров:

(1) $m_0 \cdot c_0 \cdot 10^\circ C = m \cdot c \cdot (T - 10^\circ C)$

(2) $m_0 \cdot c_0 \cdot 15^\circ C = 1{,}6 m \cdot c \cdot (T - 15^\circ C)$

(3) $m_0 \cdot c_0 \cdot 30^\circ C = 3m \cdot c \, (T - 30^\circ C)$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{1{,}6}\left(\frac{T-10^\circ C}{T-15^\circ C}\right) \Rightarrow \frac{16}{15}(T-15^\circ C) = T - 10^\circ C$$

$$\frac{1}{15} T = 6^\circ C$$

$$\underline{T = 90^\circ C}$$

если не выливалась при I и II

Шифр: Т9-123

лист 11 из 17

№4 (продолжение)

$$\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \; ? \; \frac{1}{3}\left(\frac{80^\circ C}{60^\circ C}\right)$$

$$\frac{1}{3} \neq \frac{1}{3}\left(\frac{80}{60}\right)$$

$\Rightarrow$ точно ~~[illegible]~~ вода выливалась, причём какая-то часть точно при $\overline{III}$ цилиндре

$$\Delta V = \frac{m}{6\rho_0}$$

Δводы $= \frac{m}{6}$

если при $\overline{III}$ цилиндре вылилось хоть что-то, то при $\overline{IV}$ выльется дополнительно Δ объема $\overline{III}$ и $\overline{IV}$

Пусть при I и II ничего не вылилось (если это не так, мы придём к противоречию):

пусть при $\overline{III}$ оставалось m_3 воды, тогда при $\overline{IV}$ $m_3 - \frac{1}{6}m$

составим ур-ние т. баланса:

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{m_3 \cdot 30^\circ C}{\left(m_3 - \frac{1}{6}m\right) \cdot 45^\circ C} = \frac{3m \cdot (60^\circ C)}{4m \cdot (45^\circ C)}$$

$$m_3 = 0{,}5m$$

Пусть при $\overline{II}$ было m_0 воды

$$\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{m_0 \cdot 15}{m_3 \cdot 30} = \frac{1{,}6m(75^\circ C)}{3m(60^\circ C)}$$

$$m_0 = \frac{2}{3}m$$

тогда $\Delta 23 = \frac{2}{3}m - \frac{1}{2}m = \frac{1}{6}m$ ← столько доп. вылилось при помещении $\overline{III}$

могло вылиться: $\frac{1{,}4m}{6\rho} \cdot \rho$

$\frac{1{,}4}{6}m > \frac{1}{6}m$, так что противоречия нет.

Шифр: Т9-123

№4 (продолжение)

Найдём остальные неизвестные

I $\rightarrow$ $m_0 \cdot c_0 \cdot 10^\circ C = m \cdot 80^\circ C \cdot c$

$$\boxed{\frac{c_0}{c} = 8\frac{m}{m_0}}$$

при помещении III вылилось $\frac{1}{6}m$ воды, т.е. осталось $\dfrac{m_0 - \frac{1}{6}m}{\rho_0}$

объём цилиндра

Весь объём стакана $= \dfrac{m_0 - \frac{1}{6}m}{\rho_0} + \dfrac{3m}{6\rho_0}$

~~при III вылилось~~ объём жидкости $= \dfrac{m_0}{\rho_0}$

из IV вылилось $\frac{1}{6}m + \frac{1}{6}m$ воды, ур-ние тепл. баланса:

$$\left(m_0 - \frac{2}{6}m\right) \cdot c_0 \cdot \cancel{45^\circ C} = 4m \cdot c \cdot \cancel{45^\circ C}$$

$$\boxed{\frac{c_0}{c} = \frac{4m}{m_0 - \frac{1}{3}m}}$$

$$\frac{\cancel{8}^{2}m}{m_0} = \frac{\cancel{4}m}{m_0 - \frac{1}{3}m}$$

$$2mm_0 - \frac{2}{3}m^2 = mm_0$$

$$mm_0 - \frac{2}{3}m^2 = 0$$

$$m\left(m_0 - \frac{2}{3}m\right) = 0$$

$m = 0$ не подходит по условию

$\cancel{m_0 = \frac{2}{3}m}$ $\boxed{m_0 = \frac{2}{3}m}$

Шифр: Т9-123

№4 (продолжение) Лист 13 из 17

$$\boxed{m = 1{,}5 m_0 = 300\,г}$$

$$\boxed{\frac{c_0}{c} = 8 \quad \frac{1{,}5 m_0}{m_0} = 12}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{\frac{m_0}{\cancel{8c_0}}}{\frac{m_0 - \frac{1}{4}m_0}{\cancel{8c_0}} + \frac{4{,}5 m_0}{6\cancel{8c_0}}} = \frac{1}{\frac{3}{4} + \frac{4{,}5}{6}} = \frac{2}{3}}$$

$$\boxed{T = 90^\circ C}$$

проверим вариант, когда вода вытекает при I подъеме

m_0 I — ? ← если здесь вылилось хоть что-то, то дальше выливаться будет по разнице объемов. (по максимуму)

II — $\frac{1{,}4}{6}m$

III — $\frac{1}{6}m$

IV

$m_В$ — $m_в$ в конце

составляем ур-ние тепл. баланса для (IV) (III) и (II), используя $m_В$, $m_В + \frac{1}{6}m$ и $m_В + \frac{2{,}4}{6}m$, как массу воды

$$\frac{(4)}{(3)} \Rightarrow \frac{m_В}{m_В - \frac{1}{6}m} \cdot 1{,}5 = \frac{4}{3}\left(\frac{T-45}{T-30}\right)$$

$$\frac{(4)}{(2)} \Rightarrow \frac{m_В}{m_В - \frac{3{,}4}{6}m} \cdot 3 = \frac{4}{1{,}6}\left(\frac{T-45}{T-15}\right)$$

подставляя в $\frac{(3)}{(2)}$ получаем неравенство, т.е. невозможность ситуации.

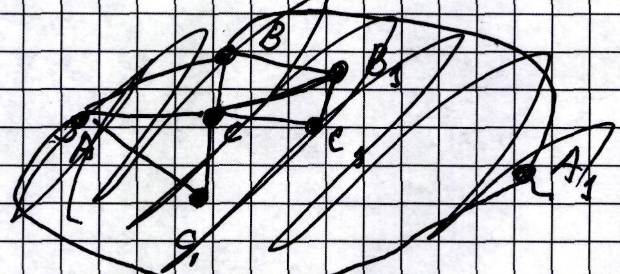
Шифр: Т9-123

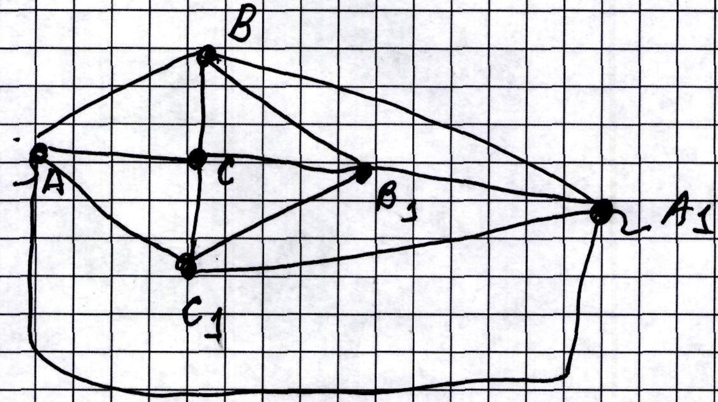
Задача 5

Найти: R_{AA_1}; R_{CA_1}

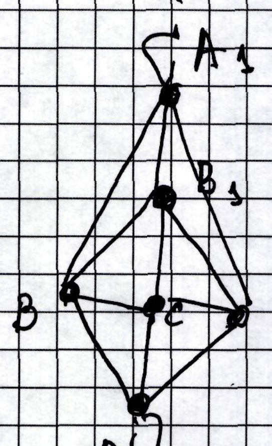
Решение: решим первый пункт задачи.

Для начала перерисуем общую схему на плоскость, соединяя точки, до которых можно добраться через одну грань.





сразу уберём AA_1 и будем рассматривать схему $\parallel AA_1$ (потом просто добавим)



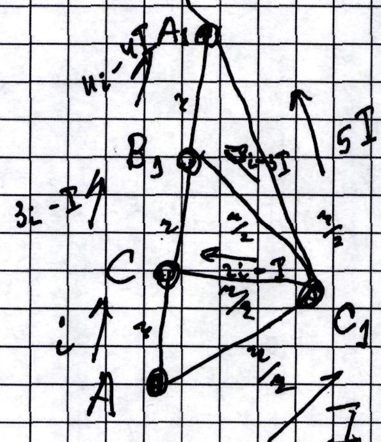
Заметим, что в данной схеме наблюдается симметрия по оси AA_1, а значит по симметричным частям течёт одинаковый ток, значит эти части равны и $\parallel$, а значит мы можем схлопнуть схему по AA_1.

Шифр: T9-123

Лист 15 из 17

Задача 5 (продолжение)

и получить сопротивления $\frac{r}{2} = 6\,\Omega$ на симметричных частях.



Пользуясь правилами Кирхгофа, расставим токи на схеме

Для контура $C_1 B_1 A_1$:

$$(11i-4I)\cdot r + (8i-3I)\cdot\frac{r}{2} = \frac{(5I-10i)r}{2}$$

$$20i = 8I$$

$$I = 2{,}5i$$

Тогда общее падение в цепи AA_1 =

$$U_0 = i\cdot r + (3i-I)\cdot r + (11i-4I)\cdot r$$

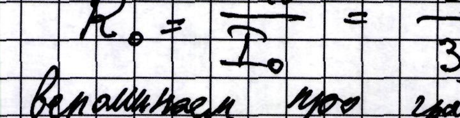
$$U_0 = ir + 0{,}5ir + ir = 2{,}5ir$$

Общий ток в данном участке цепи

$$I_0 = i + I = 3{,}5i$$

$$R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{2{,}5ir}{3{,}5i} = \frac{5}{7}\cdot r$$

теперь вспоминаем про грань AA_1:



$$R_{AA_1} = \frac{\frac{5}{7}\cdot r\cdot r}{\frac{5}{7}\cdot r + r} = \frac{\frac{5}{\cancel{7}}r}{\frac{12}{\cancel{7}}r} = \frac{5}{12}r = 5\,\Omega$$

Ответ: $5\,\Omega$

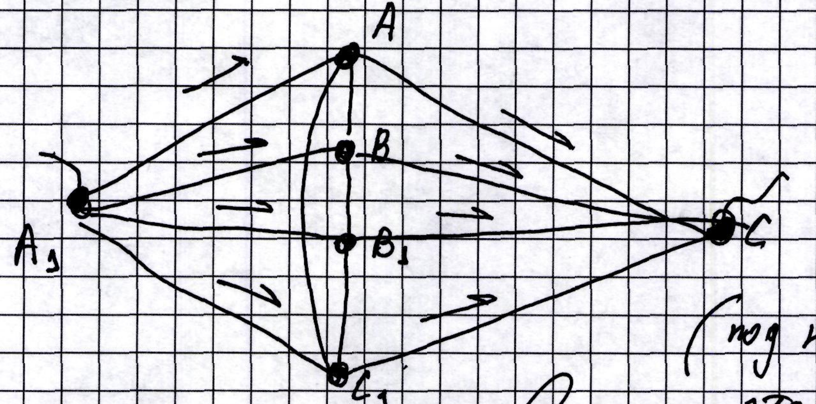
Шифр: Т9-123

(лист 16 из 17)

Задача 5 (продолжение)

рассмотрим 2 пункт:

построим плоскую модель:



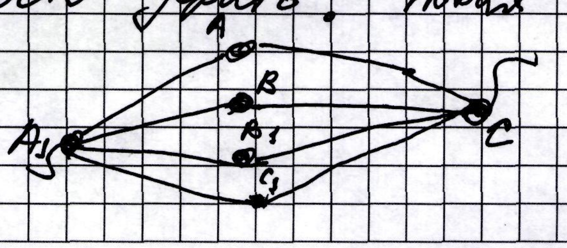
Если внимательно приглядеться, то мы легко обнаружим ещё одну симметрию: ось AC_1 (под неё попадают A, B, B_1, C_1)

Однако, это уже новый вид симметрии (там была по оси с клеммами, а здесь — перпендикулярно оси с клеммами)

Эта симметрия говорит о том, что токи в симметричных участках равны: $I_{AA_1} = I_{AC}$

$I_{A_1B} = I_{BC}$; $I_{A_1B_1} = I_{B_1C}$; $I_{A_1C_1} = I_{C_1C}$

Это значит, что по факту нас вообще не интересует, что происходит с токами на участках AB, BB_1, B_1C_1, AC_1 — если бы их не было ситуация в схеме была бы такая же. Значит всё, что находится на этой оси можно просто убрать. Новая схема:



Шифр: ТЭ-123

(лист 17 из 17)

Задача 5 (продолжение)

Мы наблюдаем 4 // участка $2r$

общее сопротивление $R_{AC} = \frac{2r}{4} = 0,5r = 6\,\Omega$

Ответ: $6\,\Omega$