

Всероссийская олимпиада школьников по физике  
заключительный этап

**T11** - 77

заполнять печатными буквами!!!

МАТРЕНОК

Фамилия

СЕМЁИ

Имя

СЕРГЕЕВИЧ

Отчество

+7(915)450-64-40

Номер вашего мобильного телефона

1. Пишите только с одной стороны листа.
2. Не мните, не сгибайте, не рвите листы.
3. Нумеруйте листы (например, «лист 5 из 8»).

Это лист № 0

Томск, 2019

11 класс

Шифр 77

VB

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма	Подпись
П	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2	<del>Иван</del>
А												

Иван

2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма	Подпись
П	1	0,5	0	1	0,5	0	1	1	2	0	7	Иван
А												

Иван

3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма	Подпись
П	0,5	1,5	0,5	0	1,5	1	1	0			6	Иван
А												

Иван

4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма	Подпись
П	+1	+1	+1	+2	+1	0	+1	+1	+1	2	9	Иван
А												

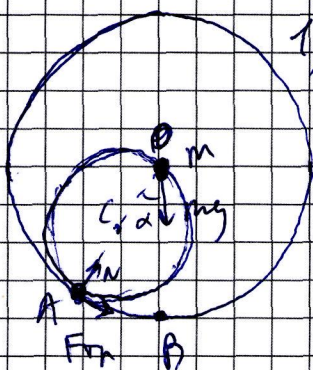
Иван

5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма	Подпись
П	1	2	1	0	2	1	0	---			7	И.Иван
А												

Сумма	П	29 31
	А	

Задача 1

A - мгновен. центр. масс /  $\text{продольн. ст.}$



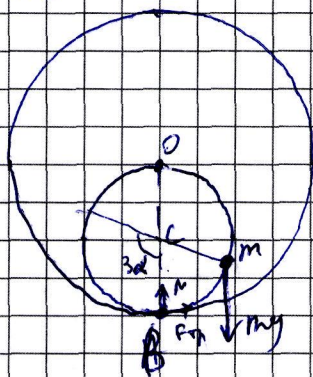
$$\sum \vec{M} = I \vec{\epsilon}; \quad \text{отн. к. A: } mg \cdot R \sin \alpha = I \cdot \epsilon$$

$$I = mR^2 \quad (\text{отн. к. A})$$

$$mg R \sin \alpha = mR^2 \cdot \epsilon$$

$$\epsilon = \frac{g \sin \alpha}{R}; \quad a_c = \epsilon R = g \sin \alpha \quad \text{+ 1 б.}$$

2.



$$\text{отн. к. A: } \angle AB = R \alpha \frac{2}{r} = \frac{R}{2} \cdot 2\alpha \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  наименьший радиус поверхности  $r_{\text{ср}}$

$2\alpha \Rightarrow$  тангенс его угла с вертикалью  $3\alpha$   
(в ср. улево  
угол с верт.)

$$\text{отн. к. B: } mg \cdot \frac{R}{2} \cdot \sin(180^\circ - 3\alpha) = I_2 \cdot \epsilon_2$$

$$I_2 = m \cdot \rho(B; m)^2$$

$$\rho(B; m)^2 = 2\frac{R^2}{4} + 2\frac{R^2}{4} \cos(180^\circ - 3\alpha) = \frac{R^2}{2} (1 + \cos 3\alpha)$$

$$mg \cdot \frac{R}{2} \cdot \sin 3\alpha = m \frac{R^2}{2} (1 + \cos 3\alpha) \cdot \epsilon_2$$

$$\epsilon_2 = \frac{g}{R} \frac{\sin 3\alpha}{1 + \cos 3\alpha}; \quad a_2 = \rho(B; m) \cdot \epsilon_2 = g \frac{\sin 3\alpha}{1 + \cos 3\alpha} \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos 3\alpha}{2}} =$$

$$\boxed{a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} g \sin 3\alpha \sqrt{1 + \cos 3\alpha}} = a_2$$

Задача (продолж.)

Рассм. цилиндр как твердое тело, тогда  $E_{кин} = \frac{mv_{cm}^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$

где  $I$  - момент инерции отн. с-м;  $m$  - масса,  $250$  цилиндр легкий,  $\omega = \frac{v}{R}$  с-м. В точке крепления троса,  $I = 0$  отн. этой точки  $\Rightarrow E_{кин} = \frac{mv^2}{2}$

$$E_{кин,о} = 0; \quad E_{кин,к} = \frac{mv_2^2}{2}$$

$E_{пот,о} = mgR$  - отн. нижн. точки ~~отн.~~ нижней точки цилиндра

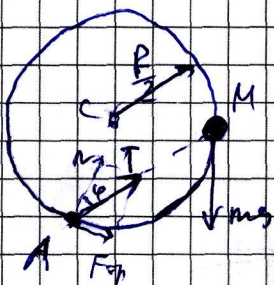
$$E_{пот,к} = mg \left( \frac{R}{2} - \frac{R}{2} \cdot \cos(180 - 3\alpha) \right) = mg \frac{R}{2} (1 + \cos 3\alpha)$$

ЗСЭ:  $E_{кин,о} + E_{пот,о} = E_{кин,к} + E_{пот,к}$ ; т.к.  $F_{тр}$  перпенд. и  $N$  не соверш. работ

$$0 + mgR = \frac{mv_2^2}{2} + mg \frac{R}{2} + mg \frac{R}{2} \cos 3\alpha$$

$$\frac{v_2^2}{2} = \frac{gR}{2} (1 - \cos 3\alpha); \quad v_2 = \sqrt{gR(1 - \cos 3\alpha)}$$

3.



$\vec{T}$  - сумма векторов  $\vec{N}$  и  $\vec{F}_{тр}$ ; *напр к вертикали не указано*

вектор  $\vec{T}$  направлен к точке крепления груза (т.к. указе отн. М:  $T \cdot d = I' \varepsilon$ , цилиндр легкий  $\Rightarrow I' = 0$ ; т.к.  $\varepsilon \neq 0$ , то  $\varepsilon \rightarrow 0$ )

$F_{тр,н} \leq \mu N \Rightarrow \mu g \varphi \leq \mu$  - пока ~~не~~ нет проскальз.

A - точка касания двух цилиндров; M - точка крепления.

При  $\alpha$  момент, когда A и M совпадают  $\varphi = 90 \Rightarrow \mu \rightarrow \infty$ ,

то не может быть  $\Rightarrow$  в этот момент точка касания проскальзывает  
 Ответ 2 из 141

## Задача 2

1.  ~~$\rho = \frac{m}{V}$~~  ;  $\Delta V = V_{\text{в.расшир}} - V_{\text{ж.усрощ}}$

$$V_{\text{в.расшир}} = \frac{m}{2\rho_{\text{в}}} ; \rho_{\text{в}} = 1,2\rho_{\text{ж}} ; V_{\text{в.расшир}} = \frac{m}{2,4\rho_{\text{ж}}}$$

$$V_{\text{ж.усрощ}} = \frac{m}{2\rho_{\text{ж}}} = \frac{m}{2\rho_{\text{ж}}}$$

$$\Delta V = \frac{m}{2,4\rho_{\text{ж}}} - \frac{m}{2\rho_{\text{ж}}} = -\frac{m}{12\rho_{\text{ж}}}$$

$$A_{\text{вн.сил}_1} = P_A \Delta V = -\frac{m P_A}{12\rho_{\text{ж}}} ; A_{\text{вн.сил}_2} = -\frac{m P_B}{12\rho_{\text{ж}}} \text{ — аналогично}$$

при  $P_A$  в сосисе находится 2 фазы  $\Rightarrow P_A$  — темн. точка  $\Rightarrow$  сразу козлик. не сдв. и  $T = \text{const}$  т.к. не все расплав.

Прогр.  $A_{\text{ж.}} \cdot \frac{m}{2} = Q_1 + A_{\text{вн.сил}_1} = Q_1 - \frac{m P_A}{12\rho_{\text{ж}}} ; A_{\text{ж.}} = \text{температура кипения}$

Прогр.  $A_{\text{ж.}} \cdot \frac{m}{2} = Q_2 + A_{\text{вн.сил}_2} = Q_2 - \frac{m P_B}{12\rho_{\text{ж}}} \text{ — болевой сосис.}$

$$Q_1 - \frac{m P_A}{12\rho_{\text{ж}}} = Q_2 - \frac{m P_B}{12\rho_{\text{ж}}} ; Q_2 = Q_1 + \frac{m}{12\rho_{\text{ж}}} (P_B - P_A)$$

т.к.  $P_B > P_A$ , то  $Q_2 > Q_1$

$$2. \frac{m P_B}{12\rho_{\text{ж}}} = Q_2 - Q_1 + \frac{m P_A}{12\rho_{\text{ж}}} \Rightarrow P_B = P_A + (Q_2 - Q_1) \frac{12\rho_{\text{ж}}}{m}$$

3. т.к. в сосисе B ~~тоже~~ тоже существуют 2 фазы, то

$$T_B = T_A$$

лист 3 из 14

## Задача 2 (продолжен.)

4. а) теплов:  $j_{\text{тв}} = \alpha \delta p_y$ ; Аналогично:

$$V_{\text{тв.расст}} = \frac{m}{2\rho_{\text{тв}}} = \frac{\delta m}{16\rho_y}; \quad V_{\text{к.израсст}} = \frac{m}{2\rho_y}$$

$$\Delta V = V_{\text{тв.расст}} - V_{\text{к.израсст}} = \frac{m}{8\rho_y}; \quad \Delta V_{\text{кисл}} = \Delta V \cdot P$$

$$A_y \cdot \frac{m}{2} = Q_3 + A_{\text{кисл.сук.}} = Q_3 + \frac{m P_c}{8\rho_y} - \Gamma \cos \alpha_y$$

$$A_y \cdot \frac{m}{2} = Q_4 + A_{\text{кисл.сук.}} = Q_4 + \frac{m P_D}{8\rho_y} - \Pi \cos \alpha_y$$

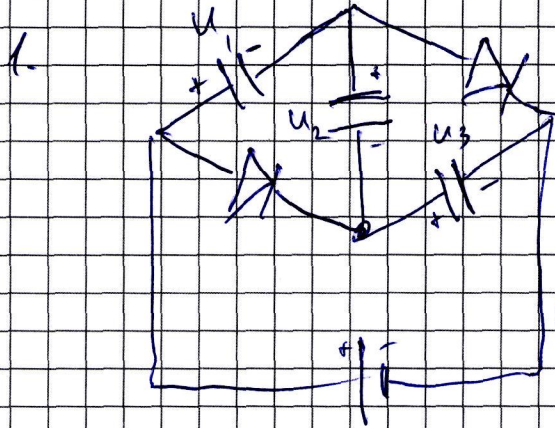
$$Q_3 + \frac{m P_c}{8\rho_y} = Q_4 + \frac{m P_D}{8\rho_y};$$

$$Q_3 = Q_4 + \frac{m}{8\rho_y} (P_D - P_c) \quad \text{т.к. } P_D > P_c \Rightarrow \boxed{Q_3 > Q_4}$$

$$\boxed{P_D = (Q_3 - Q_4) \frac{8\rho_y}{m} + P_c}$$

6.  $T_D = T_c$  т.к. в сосудах остаются обе фазы  $\Rightarrow T_D = T_{\text{наб}}$   
 $T_c = T_{\text{наб}}$  т.к. в сосуде были обе фазы изначально.

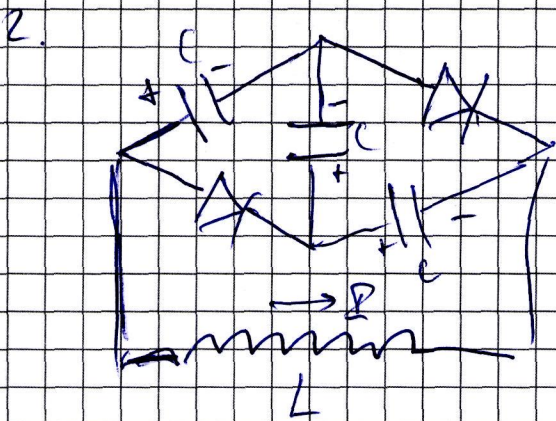
Задача 13



(1)  $u_1 + u_2 + u_3 = U_0$   
 (2)  $u_1, u_2 \leq 0$  т.к. замкн. кр. сф. электр.  
 (3)  $u_2 + u_3 \leq 0$  аналогично

(1) - (2) - (3) :  $u_1 + u_2 + u_3 - u_1 - u_2 - u_2 - u_3 \geq U_0$

$$\begin{cases} u_2 \leq -U_0 \\ u_1 = u_3 = -u_2 \end{cases}$$
  
 т.к. конд. электрически неразрешены, т.е.  $u_1$  неограниченно растет с увелич.  $U_0$  система переходит в первое возможное равновесие, когда  $\begin{cases} u_1 = u_3 = U_0 \\ u_2 = -U_0 \end{cases}$  - мин. возможн. заряд



$C = \frac{q}{u}; u = \frac{q}{C}; q = Cu$

~~$u_1 + u_2 + u_3 = LI$   
 $u_1 + u_2 = 0$   
 $u_2 + u_3 = 0$   
 $u = \frac{q}{C}$~~

~~$u_1 + u_2 = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow C_1 = C_2 \Rightarrow -q_1 = +q_2$~~

~~аналогично  $q_1 = -q_3 \Rightarrow q_1 = q_3 = -q_2 = q$~~

~~$u_1 + u_2 + u_3 = \frac{q}{C} - \frac{q}{C} + \frac{q}{C} = \frac{q}{C} = +LI \Rightarrow LI = \frac{q}{C}$~~

~~$\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$  - гарм. колебл.  $\Rightarrow q = A \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + B \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$~~

лист 5 из 14

### Задача №3 (продолжение)

Пункт. 2

На начальн. разрядки  $q_1 = q_3 = q_0$ ;  $q_2 = -q_0$

~~Положим~~ Конд. №1 начинает разряжаться, заряд на нем уменьшается, аналогично заряд уменьшается на конд. №3.

Но в отриц. обкладке №1 первого отриц. заряд не может уйти через диод, и поэтому идет на ~~конд.~~ отриц. обкладку конд. №2; аналогично на положит. обл. конд. №2 приходит положит. заряд с конд. №3

⇒ на конд. №2 заряд растёт, придем  $|\Delta q_2| = |\Delta q_1| + |\Delta q_3|$   
(и теперь  $q_1 + q_2 < 0 \Rightarrow$  диод закрыт)

Так происходит, пока суммарное напряжение положит.

$\Delta q_1 = \Delta q_2$  из-за симметр.

Затем диод, запаянный в катушке начинает

заряжаться конд. уже с другой полярностью, но так

как не изменил направление, то заряд на II конд. продолжит

расти. Здесь так так ⇒ прощита дельта периодов,

т.к. дальше симметрично так упадет до 0, а

напряж. ~~суммарн.~~ ( $q_1 + q_2$ ) продолжит уменьшаться.

Обратный процесс симметричен, и в конце придет

$$k \quad q_1 + q_2 = 0; \Rightarrow q_1 + q_2 \leq 0 \Rightarrow \boxed{I_0 = 0 = \text{const}}$$

3. Найдем, когда ~~бы~~ суммарн. напряж. 0, а так так:

$$\frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{C} + \frac{q_3}{C} = 0; \quad q_1 = q_0 - \Delta q_1; \quad q_2 = q_0 - \Delta q_2; \quad q_3 = -q_0 - 2\Delta q$$

$$\text{имет } 6 \text{ из } 14 \quad \Delta q_1 = \Delta q_2 \text{ из-за симметр.}$$



Задача 3 (продолж.) / пункт 3/

$$\Rightarrow u_1 = u_0 - \Delta u; \quad u_3 = u_2 - \Delta u; \quad u_2 = -u_0 - 2\Delta u$$

$$u_1 + u_2 + u_3 = \cancel{u_0} - \Delta u + \cancel{u_2} = 0; \quad \Delta u = \frac{u_0}{4}$$

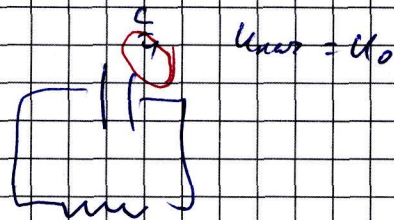
т.к. это отверье периода, то полное изменение за половину периода!  $\Delta u_{\text{полн.}} = 2\Delta u = \frac{u_0}{2}$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} u_1 \in \left[ \frac{u_0}{2}; u_0 \right] \quad 0.5 \\ u_2 \in \left[ -2u_0; -u_0 \right] \quad 0.5 \\ u_3 \in \left[ \frac{u_0}{2}; u_0 \right] \quad 0.5 \end{array} \right\}$$

$$u. \quad \Delta q_{\text{полн.}} = C \Delta u_{\text{полн.}} = \frac{C u_0}{2}; \quad \Delta u_{\text{полн.}} = 2u_0$$

$C^*$  - эквивалент емк., которой можно заменить всю систему из диодов и конденсаторов

$$C^* = \frac{C \Delta q_{\text{полн.}}}{\Delta u_{\text{полн.}}} = \frac{C}{4}$$

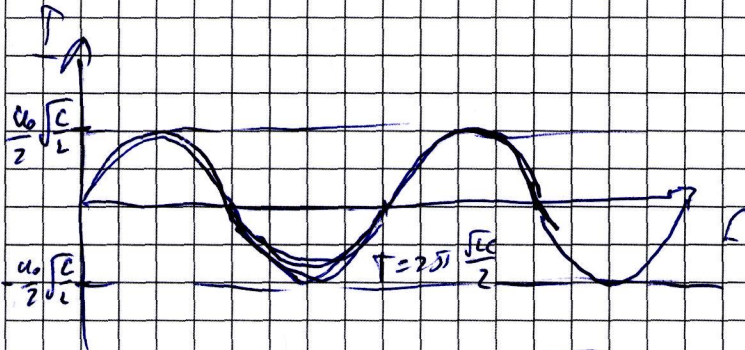


$$\frac{q}{C} = L \ddot{I}; \quad \ddot{I} = -\ddot{q}; \quad \ddot{q} + \frac{q}{CL} = 0; \quad q = A \sin\left(\frac{2t}{\sqrt{LC}}\right) + B \cos\left(\frac{2t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$q(0) = B = \frac{u_0 C}{4}; \quad I = -\dot{q} = -\frac{2A}{\sqrt{LC}} \cos\left(\frac{2t}{\sqrt{LC}}\right) + \frac{2B}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{2t}{\sqrt{LC}}\right)$$

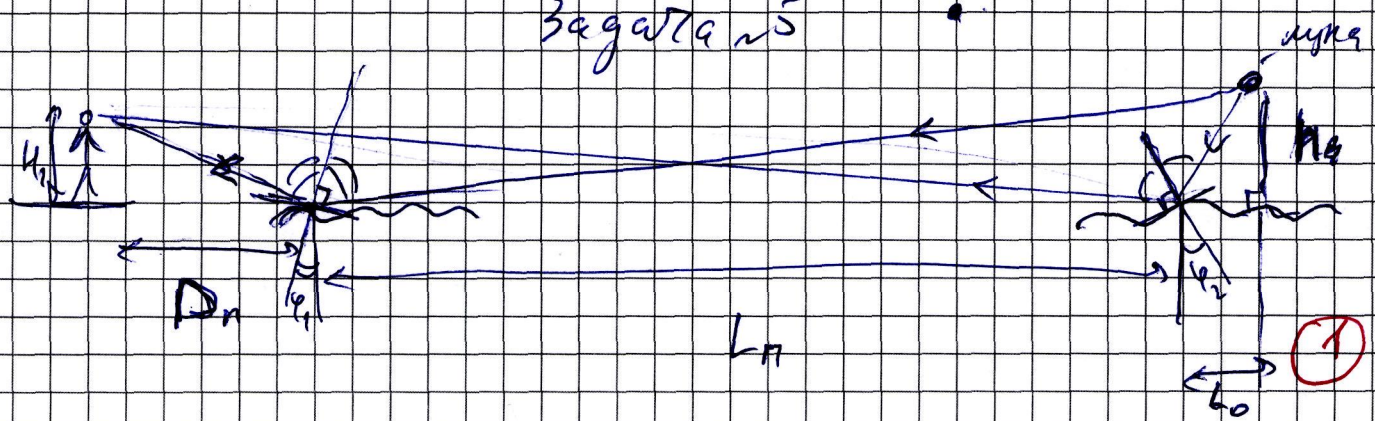
$$I(0) = -\frac{2A}{\sqrt{LC}} = 0; \quad \Rightarrow I = \frac{u_0}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \sin\left(\frac{2t}{\sqrt{LC}}\right)$$

Задача 3 (продолж.)

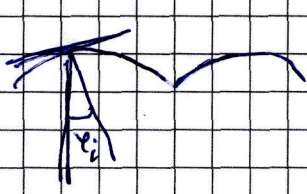


$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{LC}{2}}$$

Задача 5

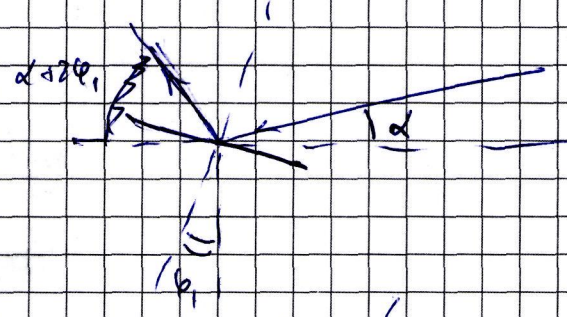


Возра не гладкая  $\Rightarrow$  отражается под разными углами

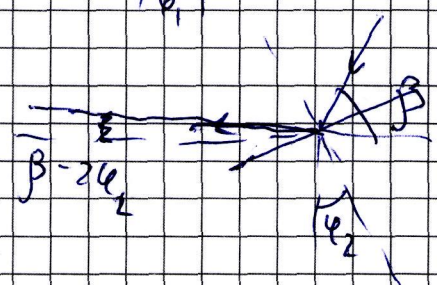


$\varphi_i \in [-\varphi_1, \varphi_2]$  (форма сечения, важна не важна)

крайнюю точку сарожки создает ~~луч~~ последний луч, который может, отразившись от поверхности с возвращкой угол  $\varphi_i$ , попасть в глаза зрителя  $\Rightarrow$  при крайних углах



$\alpha + 2\varphi_1 = \arctg\left(\frac{h_2}{D_n}\right) = 0,346$   
 $\alpha \approx \arctg\left(\frac{h}{L_n + L_0}\right) \approx \frac{h}{L_n + L_0}$



$\beta - 2\varphi_2 = \arctg\left(\frac{h_2}{D_n + L_n}\right) = 0,233$   
 $\beta \approx \frac{h}{L_0}$ , считаем, что  $L_0 \gg h$

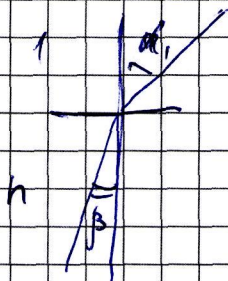
$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{L_0}{L_n + L_0}$ ,  $L_0 \gg L_n \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{L_0}{L_n + L_0} \approx 1$

$\alpha \approx \beta$  !

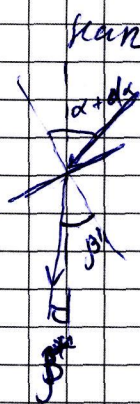
Задача 5 (продолж.)

Для рисунков лучи преломляются от разных углов наклона поверхности; но крайние лучи — это последние, что попали ей в глаза при точно выбранном угле наклона поверхности ~~и при крайних углах~~.

Докажем, что это достигается при крайних углах.



$$\sin \alpha = n \sin \beta$$



наклоном поверхности

$$\beta' = \arcsin \left( \frac{\sin(\alpha + \delta)}{n} \right)$$

(2)

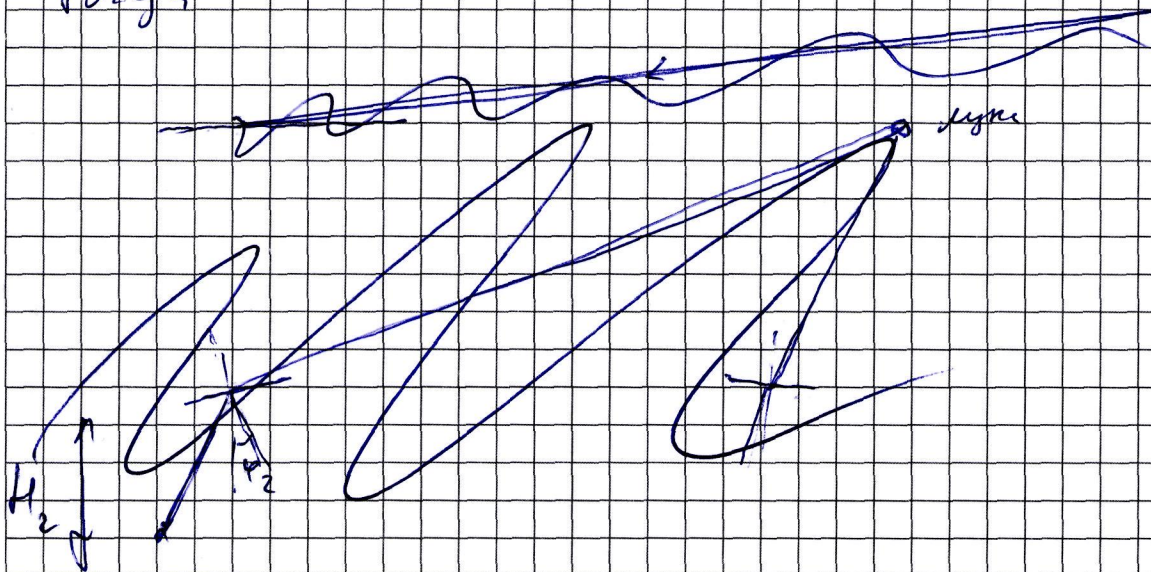
$$\beta^* = \beta' - \delta$$

~~и при крайних углах~~

т.к.  $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ , то  $\sin(\alpha + \delta) \approx \sin \alpha \Rightarrow \beta \approx \beta'$

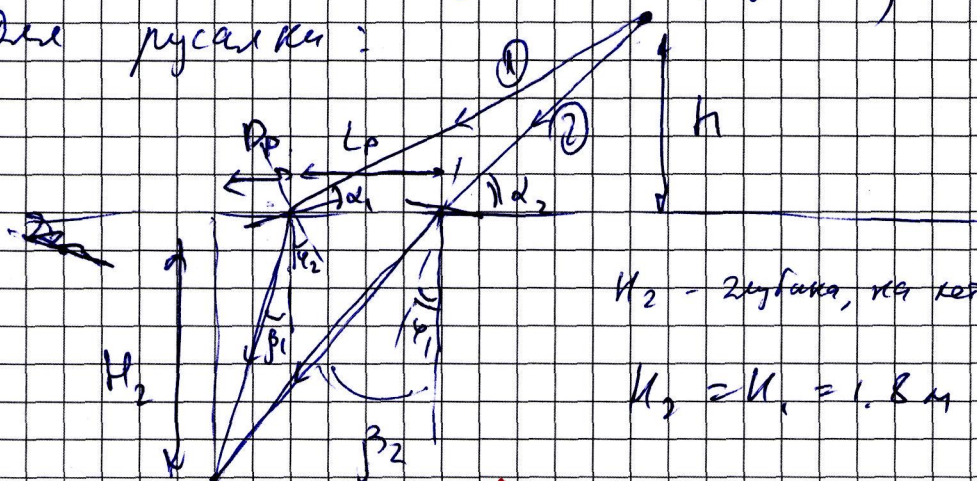
$$\beta^* = \beta' - \delta < \beta \Rightarrow$$

поэтому



Задача 25 (проект.)

Две русалки:



$H_2$  - высота, на которой русалки.

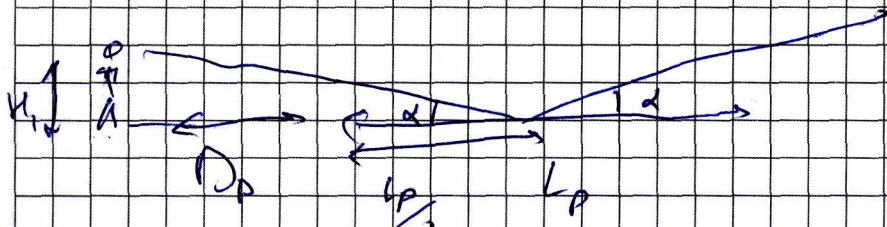
$H_2 = H_1 = 1.8 \text{ м}$

①  $\beta_1 = \arcsin \left( \frac{\sin(90 - \alpha_1 + \varphi_2)}{n} \right) + \varphi_2 = \arctg \frac{P_p}{H_2} + 1.$

②  $\beta_2 = \arcsin \left( \frac{\sin(90 - \alpha_2 - \varphi_1)}{n} \right) + \varphi_1 = \arctg \frac{P_p + L_p}{H_2}$

Здесь аналогично  $\alpha_1 \approx \alpha_2$  так как лучи очень угловаты  $\Rightarrow$  фронтально параллельные лучи.

Вернемся к чертежу: если лучи параллельны, то из симметрии  $\Rightarrow$  луч, отрабатывающий в середине дорожки, отрезок от плоскости горизонта к участку:



$\Rightarrow \alpha \approx \frac{1}{2} \arctg \frac{L_p}{H_2} = 0.06$

$\varphi$  - вода?

результат  $(\varphi_1 = 0,143; \varphi_2 = 0,014)$

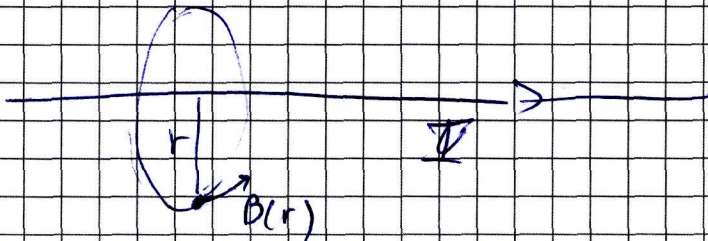
$\Rightarrow \beta_1 = 0,819 = \arctg \frac{P_p}{H_2} \Rightarrow P_p = H_2 \cdot \text{tg}(0,819) = 1,93 \text{ м}$

$\beta_2 = 0,955 = \arctg \frac{P_p + L_p}{H_2} \Rightarrow P_p + L_p = H_2 \cdot \text{tg}(0,955) = 2,54 \text{ м}$

$\Rightarrow L_p = 2,54 \text{ м} - 1,93 \text{ м} = 0,61 \text{ м}$ ;  $\sqrt{10 \text{ м}^2}$  det:  $P_p = 1,93 \text{ м}; L_p = 0,61 \text{ м}$  (10 м<sup>2</sup>)

## Задача 4

Вывести магнитное поле вокруг ~~прямого~~ провода



Выводим из-за симметрии,  $B = \text{const}$  на одинаковом расстоянии от провода

Т. о. циркуляция:  $\oint \mathbf{B}(r) \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$

Обходим по окружности с центром на проводе и перпенд. плоск.

$$\oint \mathbf{B}(r) \cdot d\mathbf{l} = B(r) \oint dl = B(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

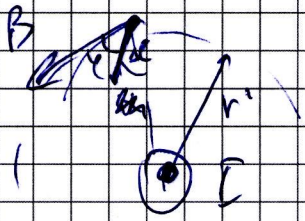
$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (+)$$

Или ~~провод~~ займет такое положение, чтобы его потенциальная энергия в поле провода (сумма энерг. всех его кусочков) была минимальной (+)

Т.к.  $dW = -k B dl \cos \varphi$  - энергия кусочка  $dl$ ,  
то видно, что илур будет стремиться оказаться  
ближе к проводу (т.к.  $B(r) \sim \frac{1}{r} \Rightarrow B \uparrow$  при  $r \downarrow$ ) и  
сонаправленными линиям индукции (чтобы  $\cos \varphi = 1$ )

Лист 12 из 14

Задача 4 (продолжение)



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \cdot \frac{a}{r' + \Delta l \frac{\sin \varphi}{2}}, \quad \text{где } a = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$\Delta W = -k \Delta l \cdot \cos \varphi = \frac{a}{r' + \Delta l \frac{\sin \varphi}{2}}$$

Если рассматриваем вращение ориентации среднего звена.

тогда если  $\Delta W - \min$   $\Rightarrow (-\Delta W) \rightarrow \max$   $\ominus$

$$-\Delta W = k a \Delta l \frac{\cos \varphi}{r' + \Delta l \frac{\sin \varphi}{2}}, \quad \text{дифференцируем по } \varphi:$$

$$(-\Delta W)' = \frac{k a \Delta l}{(r' + \Delta l \frac{\sin \varphi}{2})^2} \cdot \left( -\sin \varphi (r' + \Delta l \frac{\sin \varphi}{2}) + \cos \varphi \cdot \frac{\Delta l}{2} \cos \varphi \right) = 0$$

$$-r' \cdot \sin \varphi + \frac{\Delta l}{2} \sin^2 \varphi + \frac{\Delta l}{2} \cos^2 \varphi = 0$$

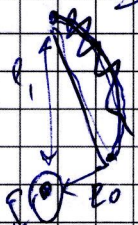
$$+ \frac{\Delta l}{2}$$

$$\sin \varphi = \frac{\Delta l}{2r'}$$

$$dr' = -dl \sin \varphi = -\frac{dl^2}{2r'}$$

$$\int_{r_1}^{r_2} r' dr' = -\int_{e_1}^{e_2} dl^2; \quad r'^2 \Big|_{r_1}^{r_2} = -e^2 \Rightarrow r_1^2 - r_2^2 = e^2$$

2)  $r_0 = \sqrt{r_1^2 - e^2}$  - радиус от начала до конца витка (вопрос 2)  $\oplus$



Т.к. рассматриваем вращение звена вокруг вертикальной оси, то рассматриваем вращение звена вокруг центра на дуге окружности.  $\oplus$

Т.к. рассматриваем вращение звена вокруг вертикальной оси, то рассматриваем вращение звена вокруг центра на дуге окружности.  $\oplus$

Задача (продолж.)

Реш. 1)  $\ell$

2)  $\sqrt{\ell_1^2 - \ell^2}$

$\sqrt{14 \text{ из } 14}$



Задача №3 (продолж.)

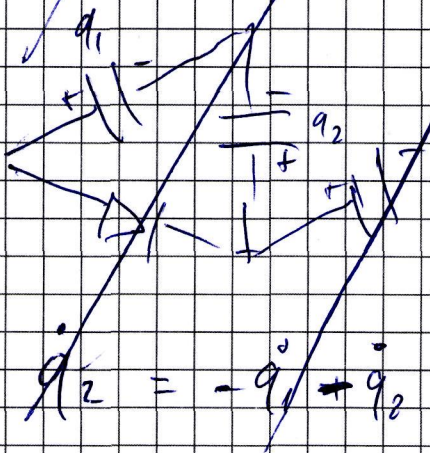
$$q(0) = U_0 = B ;$$

$$I = -\dot{q} = -\frac{A}{\sqrt{LC}} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + \frac{B}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$I(0) = 0 = \frac{A}{\sqrt{LC}} \Rightarrow A = 0$$

$$\Rightarrow q = U_0 \cdot \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$I = \frac{dq}{dt} = -U_0 \frac{1}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$



$$\dot{q}_2 = -\dot{q}_1 + \dot{q}_2$$

Вспомогат.

$$q U_1 + U_2 = 0$$

$$q U = \frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{C} + \frac{q_3}{C} = L \dot{I}$$